

S α S 分布噪声环境下高分辨率二维 DOA 估计算法及快速实现

陈 媛¹, 刘金磊¹, 孙奇福¹, 阳小龙¹, 于 尧²

(1. 北京科技大学计算机与通信工程学院, 北京 100083; 2. 东北大学高级通信与网络实验室, 辽宁沈阳 110819)

摘 要: 本文设计出一种针对脉冲噪声的二维鲁棒高分辨率波达方向 (DOA, Direction of Arrival) 估计算法, 以解决雷达、声纳等无线通信领域中脉冲噪声环境下 IAA (Iterative Adaptive Approach) 无法准确估计出 DOA 的问题. 该算法中, 用最小 p 阶范数代替 WLS (Weighted Least Squares) 作为最优化求解的代价函数. 此外, 根据 Toeplitz-Block-Toeplitz (TBT) 矩阵性质和 FFT 简化计算过程, 提出该算法的快速实现方法, 提高算法的计算效率. 该算法在对称 α -稳定 (S α S, Symmetric Alpha-Stable) 分布噪声环境下建模, 仿真结果表明: 与 CRCO-MUSIC (CoRrentropy based COrrelation-Multiple Signal Classification) 算法和 MUSIC-FLOM (Multiple Signal Classification-Fractional Lower-Order Moment) 算法相比, 二维 lp-IAA 算法可以在低信噪比、单快拍条件下有效分辨出相邻多目标信号; 快速算法可以在保证高分辨率的前提下, 算法平均运算时间降低至原来的约 1/40.

关键词: 脉冲噪声; S α S 噪声; 波达方向; 鲁棒算法; 高分辨率; Toeplitz-Block-Toeplitz 矩阵; 最小 p 阶范数

中图分类号: TP302 文献标识码: A 文章编号: 0372-2112 (2018)06-1384-06
电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2018.06.016

A High Resolution Algorithm for 2D-DOA Estimation and Its Fast Implementation in the Presence of S α S Distributed Noise

CHEN Yuan¹, LIU Jin-lei¹, SUN Qi-fu¹, YANG Xiang-long¹, YU Yao²

(1. School of Computer & Communication Engineering, University of Science & Technology Beijing, Beijing 100083, China;
2. Advanced Communication and Networking Lab, Northeastern University, Shenyang, Liaoning 110819, China)

Abstract: This paper presents a robust and high-resolution 2D DOA (Direction of Arrival) algorithm in the field of wireless communication such as radar and sonar, solving the problem that IAA (Iterative Adaptive Approach) fails to provide reliable DOA estimation performance in impulsive noise environment. In the algorithm, we replace WLS (Weighted Least Squares) with least p order norm (lp-norm) as the cost function. Furthermore, to decrease the complexity of the proposed method, a fast implementation of 2D lp-IAA is also developed based on simplifying the calculation of inverse TBT (Toeplitz-Block-Toeplitz) matrix and fast Fourier transform. Simulation results indicate that, under the condition of low GSNR (Generalized Signal-to-Noise Ratio) S α S distributed noise with single snapshot, 2D lp-IAA algorithm performs better in distinguishing adjacent multi-target signals than CRCO-MUSIC (CoRrentropy based COrrelation-Multiple Signal Classification) and MUSIC-FLOM (Multiple Signal Classification-Fractional Lower-Order Moment). Moreover, the average computation time of the fast method is reduced to nearly 1/40 of the lp-IAA algorithm.

Key words: impulsive noise; S α S distributed noise; DOA; robust algorithm; high resolution; Toeplitz-Block-Toeplitz; least p order norm

1 引言

阵列信号处理技术主要通过对所接收的空间信号

进行空时处理, 提取出信号源波形及其特征信息, 同时抑制干扰或噪声. 波达方向 (DOA, Direction of Arrival) 估计作为阵列信号处理领域的一个重要的研究课题,

已经应用到雷达信号处理、无线通信等诸多领域^[1-4]. 根据文献[5]中研究,在实际应用中的噪声往往具有非高斯性和重拖尾的统计特性,一般用基于广义中心极限定理的 α -稳定(α -stable)分布代替高斯分布来描述这类噪声,由于 α -稳定分布不存在二阶矩,传统基于二阶矩的 DOA 估计算法(例如 MUSIC、ESPRIT 和 IAA (Iterative Adaptive Approach) 等算法^[6,7])无法有效抑制噪声干扰. 为适应复杂噪声环境,一些学者在此基础上提出改进算法^[8-12],但这些算法也同样存在着对低信噪比、单快拍和相干信号无法准确分辨的问题. 二维 lp-IAA 算法在对称 α -稳定分布(S α S, Symmetric α -Stable)模型中引入加权矩阵,用基于最小 p 阶范数(Least p order norm) ($1 \leq p < 2$)的加权低阶协方差矩阵代替二阶协方差矩阵进行 DOA 估计^[13,14].

然而,由于该算法采用网格搜索和自适应迭代方法,导致算法计算复杂度高,使得该类方法只能局限于处理维度较小的接收数据. 而本文对 TBT (Toeplitz-Block-Toeplitz) 矩阵进行 G-S (Gohberg-Semencul) 分解,最后利用二维傅里叶变换(2D-FFT, 2-D-Fast Fourier Transform)方法可快速实现 DOA 估计^[6,8,15].

2 S α S 分布噪声环境下二维 DOA 估计算法

2.1 接收信号数据模型

在实际波达方向估计中,信号通常来自立体空间,确定该信号具体位置信息至少需要两个方向的角度信息,利用二维信号能够准确地描述信号的空间特征信息;此外,二维信号能够包含有更多的信息量^[16],比如遥感成像以及图像处理过程中均采用二维信号. 二维 DOA 估计算法和一维算法有相似的表示形式,其接收信号可表示为 $M_1 \times M_2$ 的二维矩阵:

$$\mathbf{y}_{M_1, M_2} = \mathbf{A}_{M_1, M_2} \mathbf{X}_{K_1, K_2} + \mathbf{e}_{M_1, M_2} \quad (1)$$

其中, M_1 和 M_2 分别表示阵元个数,而在实际处理中可将 $M_1 \times M_2$ 矩阵等价为一个 $M_1 M_2 \times 1$ 的列向量进行处理; K_1 和 K_2 表示二维频率扫描网格数; $\mathbf{e}_{M_1, M_2} \in C^{M_1 M_2 \times 1}$ 表示与信号源独立同分布的二维加性脉冲噪声且服从 S α S 分布.

2.2 α -稳定分布

α -稳定分布是一个包含四个参量的分布函数,一般可表示为: $S(\alpha, \beta, \gamma, \delta)$. 由于不存在闭式的概率密度函数(PDF, Probability Density Function), α -稳定分布的统计特性通常用特征函数来描述:

$$\varphi(t) = \exp(-\gamma^\alpha |t|^\alpha [1 - j\beta \text{sign}(t) \tan(\frac{\pi\alpha}{2})] + j\delta t) \quad (2)$$

其中, $0 < \alpha \leq 2$ 表示特征指数,描述概率密度函数的拖尾厚度; $-1 \leq \beta \leq 1$ 表示对称参数,当 $\beta > 0$ 则概率密度函数

左偏; $\beta < 0$, 右偏; $\beta = 0$, 关于 y 轴对称; $\gamma > 0$ 表示分散系数,用以度量样本的分散程度; δ 表示位置参数,随 α 取值的不同而表示不同的含义, $1 < \alpha \leq 2$ 时, δ 表示随机变量均值, $0 < \alpha < 1$ 时, δ 表示中值. 当 $\alpha = 2$ 时, α -稳定分布退化为高斯分布,当 $\beta = 0, \gamma = 1, \delta = 0$, 即 S α S 分布^[5].

3 S α S 分布噪声环境下二维 lp-IAA 算法及其快速实现

3.1 二维 lp-IAA 算法

lp-IAA 算法适应 S α S 分布等脉冲噪声模型,是处理阵列信号的一种普遍适用的算法. 由于 S α S 分布函数不存在协方差矩阵,为解决这一问题,本文引入了加权分数低阶协方差矩阵作为该算法的权值矩阵,通过该加权矩阵加强算法的准确性,并结合 lp-范数增强算法的鲁棒性. 经过多次迭代,最终得出鲁棒的信号源幅度的估计结果,从而确定波达方向.

本文中二维 lp-IAA 空间谱估计方法所需解决的优化问题是如下加权 lp-范数优化问题,其中代价函数为:

$$\min_{\mathbf{x}_{k_1, k_2}} \|\mathbf{y}_{M_1, M_2} - \mathbf{a}_{M_1, M_2} \mathbf{x}_{k_1, k_2}\|_{Q_{M_1, M_2}}^p, \quad (3)$$

$$k_1 = 0, 1, \dots, K_1 - 1, k_2 = 0, 1, \dots, K_2 - 1$$

由于当 $\alpha < 1$ 时,代价函数(3)的一阶导数不存在,本文重点研究 $1 < \alpha < 2$ 的情形,其中 $1 \leq p < \alpha$ ^[8]. 其中,二维 lp-IAA 加权矩阵可表示为:

$$\mathbf{Q}_{M_1, M_2} = E\{(\mathbf{y}_{M_1, M_2} - \mathbf{a}_{M_1, M_2} \mathbf{x}_{k_1, k_2})(\mathbf{y}_{M_1, M_2} - \mathbf{a}_{M_1, M_2} \mathbf{x}_{k_1, k_2})^H \mathbf{W}\} \quad (4)$$

其中, $\mathbf{W} = \text{diag}(|\mathbf{y}_{M_1, M_2} - \mathbf{a}_{M_1, M_2} \mathbf{x}_{k_1, k_2}|^{p-2})$ 为对角矩阵, $E\{\cdot\}$ 和 $(\cdot)^H$ 表示期望和矩阵的共轭转置矩阵.

式(4)也可表示为:

$$\mathbf{Q}_{M_1, M_2} = \mathbf{R}_{M_1, M_2} - \mathbf{p}_{k_1, k_2} \mathbf{a}_{M_1, M_2} \mathbf{a}_{M_1, M_2}^H \quad (5)$$

其中低阶协方差矩阵定义为:

$$\mathbf{R}_{M_1, M_2} = \mathbf{A}_{M_1, M_2} \mathbf{P}_{K_1, K_2} \mathbf{A}_{M_1, M_2}^H \quad (6)$$

功率矩阵 \mathbf{P}_{k_1, k_2} 为一个 $K_1 K_2 \times K_1 K_2$ 的矩阵,在高分辨率测向问题中,需要使信号的能量分布集中在矩阵 \mathbf{P}_{k_1, k_2} 的对角线上,在去除信号载频影响的同时,又不破坏到达角信息. 本文中 \mathbf{P}_{k_1, k_2} 为对角矩阵,且对角线上的每个元素表示在扫描网格上每个角度的信号功率.

根据加权 lp-范数原理最小化代价函数以及矩阵求逆性质,得出第 $(t+1)$ 次迭代之后的二维复信号幅度的估计值^[15,17]:

$$\mathbf{x}_{k_1, k_2}^{(t+1)} = \frac{\mathbf{a}_{M_1, M_2}^H \mathbf{R}_{M_1, M_2}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{y}_{M_1, M_2}}{\mathbf{a}_{M_1, M_2}^H \mathbf{R}_{M_1, M_2}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{a}_{M_1, M_2}} \quad (7)$$

算法的具体实现步骤可归结为算法 1, 式(7)也可等价:

$$\mathbf{x}_{k_1, k_2}^{(t+1)} = \frac{\varphi_N(w_1, w_2)}{\varphi_D(w_1, w_2)} \quad (8)$$

其中

$$\varphi_N(w_1, w_2) = \mathbf{a}_{M_1, M_2}^H \mathbf{R}_{M_1, M_2}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{y}_{M_1, M_2} \quad (9)$$

$$\varphi_D(w_1, w_2) = \mathbf{a}_{M_1, M_2}^H \mathbf{R}_{M_1, M_2}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{a}_{M_1, M_2} \quad (10)$$

由以上可以看出,当 $p=2$ 时,式(8)为标准 IAA 算法,这也可以说明二维 lp-IAA 算法是一种更为普遍适用的二维 DOA 估计算法,高斯分布噪声是 SoS 分布噪声的一种特殊状态。

算法 1 二维 lp-IAA 算法

输入:(1): $\mathbf{x}_{k_1, k_2}^{(1)} = \frac{\mathbf{a}_{M_1, M_2}^H \mathbf{y}_{M_1, M_2}}{\mathbf{a}_{M_1, M_2}^H \mathbf{a}_{M_1, M_2}}$, 对接收信号初始化
 (2): 计算 $p_{k_1, k_2}^{(i)} = |x_{k_1, k_2}^{(i)}|^p$
 (3): 计算 $\mathbf{R}_{M_1, M_2} = \mathbf{A}_{M_1, M_2} \mathbf{P}_{K_1, K_2} \mathbf{A}_{M_1, M_2}^H$,
 $\mathbf{W} = \text{diag}(|\mathbf{y}_{M_1, M_2} - \mathbf{a}_{M_1, M_2} \mathbf{x}_{M_1, M_2}|^{p-2})$
 (4): $\mathbf{x}_{k_1, k_2}^{(i)} = \frac{\mathbf{a}_{M_1, M_2}^H \mathbf{R}_{M_1, M_2}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{y}_{M_1, M_2}}{\mathbf{a}_{M_1, M_2}^H \mathbf{R}_{M_1, M_2}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{a}_{M_1, M_2}}$
 重复执行(2)~(4),直到满足 $\frac{\text{norm}(\mathbf{x}_{k_1, k_2}^{(i+1)} - \mathbf{x}_{k_1, k_2}^{(i)}, p)}{\text{norm}(\mathbf{x}_{k_1, k_2}^{(i+1)}, p)} < \text{tolerance}$
 输出:(5): $\mathbf{x}_{k_1, k_2} = \frac{\mathbf{a}_{M_1, M_2}^H \mathbf{R}_{M_1, M_2}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{y}_{M_1, M_2}}{\mathbf{a}_{M_1, M_2}^H \mathbf{R}_{M_1, M_2}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{a}_{M_1, M_2}}$

3.2 二维 lp-IAA 算法的快速实现

本文二维 lp-IAA 算法的计算复杂度主要集中于低阶协方差矩阵求逆过程和功率谱迭代过程.由于本文中加权低阶协方差矩阵不再具有 TBT 矩阵形式,但低阶协方差矩阵还具有 TBT 矩阵结构,可以考虑利用 G-S 分解方法来解决快速实现问题^[17-19],然后分别对分子式(9)和分母式(10)简化计算,最终得出信号幅度的估计结果.

3.2.1 基于 G-S 分解方法求解二维低阶协方差矩阵的逆矩阵

$$\mathbf{R}_{M_1, M_2} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0 & \mathbf{R}_1 & \cdots & \mathbf{R}_{M_2-1} \\ \mathbf{R}_{-1} & \mathbf{R}_0 & \cdots & \mathbf{R}_{M_2-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{-M_2-1} & \mathbf{R}_{-M_2-2} & \cdots & \mathbf{R}_0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中

$$\mathbf{R}_{m_2} = \begin{bmatrix} r_{0, m_2} & r_{1, m_2} & \cdots & r_{M_1-1, m_2} \\ r_{-1, m_2} & r_{0, m_2} & \cdots & r_{M_1-2, m_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{-M_1+1, m_2} & r_{-M_1+2, m_2} & \cdots & r_{0, m_2} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$m_2 = -M_2 + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, M_2 - 1$$

最后 G-S 分解求逆^[19]:

$$\mathbf{R}_{M_1, M_2}^{-1} = \sum_{i=1}^2 \mathbf{L}_{M_2}(\mathbf{t}_{M_1, M_2}^i) \mathbf{L}_{M_2}^H(\mathbf{s}_{M_1, M_2}^i) \quad (13)$$

其中, $\mathbf{t}_{M_1, M_2}^1 = \mathbf{s}_{M_1, M_2}^1 = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{M_1} \\ \mathbf{b}_{M_2-1} \end{bmatrix} \mathbf{d}_{M_2-1}^{-\frac{1}{2}}$,

$$\mathbf{t}_{M_1, M_2}^2 = \mathbf{s}_{M_1, M_2}^2 = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{M_1} \\ \mathbf{b}_{M_2-1}^* \end{bmatrix} \mathbf{d}_{M_2-1}^{-\frac{1}{2}}$$

3.2.2 计算 φ_N 和 φ_D

φ_N 的快速计算:计算过程中可以将(9)分为两步计算,先将其转化为: $\varphi_N(w_1, w_2) = \mathbf{a}_{M_1, M_2}^H \mathbf{z}_{M_1, M_2}$,对 \mathbf{z}_{M_1, M_2} 利用二维 FFT 简化计算.

φ_D 的快速计算:由于对于二维均匀采样数据矩阵和均匀网格矩阵,可以将 φ_D 转化为计算单位球面上多项式的系数问题^[17,19].最后对多项式系数利用 $\varphi_D(w_1, w_2) = \text{IFFT2}(\mathbf{C})$ 简化计算分母的结果.

二维多项式可表示为:

$$\varphi_D(w_1, w_2) = \sum_{m_2=-M_2+1}^{M_2-1} \sum_{m_1=-M_1+1}^{M_1-1} \mathbf{C} \cdot e^{ju_1 m_1} e^{jv_2 m_2} \quad (14)$$

其中多项式系数为:

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_1^T(M_1 M_2; -1: 1) \mathbf{0}_{(K_1 K_2 - 2M_1 M_2 + 1) \times 1}^T \mathbf{C}_1^T(1: M_1 M_2 - 1)] \quad (15)$$

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{W}^{\frac{1}{2}} (\mathbf{L}_{M_1, M_2}(\mathbf{t}_1) \mathbf{t}_1^* - \mathbf{L}_{M_1, M_2}(\mathbf{s}_1) \mathbf{s}_1^*) \quad (16)$$

$$\mathbf{t}_1 = [t_{M_1, M_2-1}^i \quad 2t_{M_1, M_2-2}^i \quad \cdots \quad M_1 t_{M_1, 0}^i], \quad (17)$$

$$\mathbf{s}_1 = [s_{M_1, M_2-1}^i \quad 2s_{M_1, M_2-2}^i \quad \cdots \quad M_1 s_{M_1, 0}^i]$$

将求得的 φ_N 和 φ_D 代入 lp-IAA 算法中计算,最终得到信号幅度估计结果.快速算法的具体步骤可以总结为算法 2.

算法 2 二维 lp-IAA 的快速实现

输入:(1)对具有 TBT 矩阵结构的低阶协方差矩阵的求逆过程利用 G-S 分解计算

(2)计算 $\mathbf{z}_{M_1, M_2} = \mathbf{R}_{M_1, M_2}^{-1} \mathbf{W} \mathbf{y}_{M_1, M_2}$

输出:(3)二维 FFT 简化计算分子 $\varphi_N(w_1, w_2) = \text{FFT2}(\mathbf{z}_{M_1, M_2})$

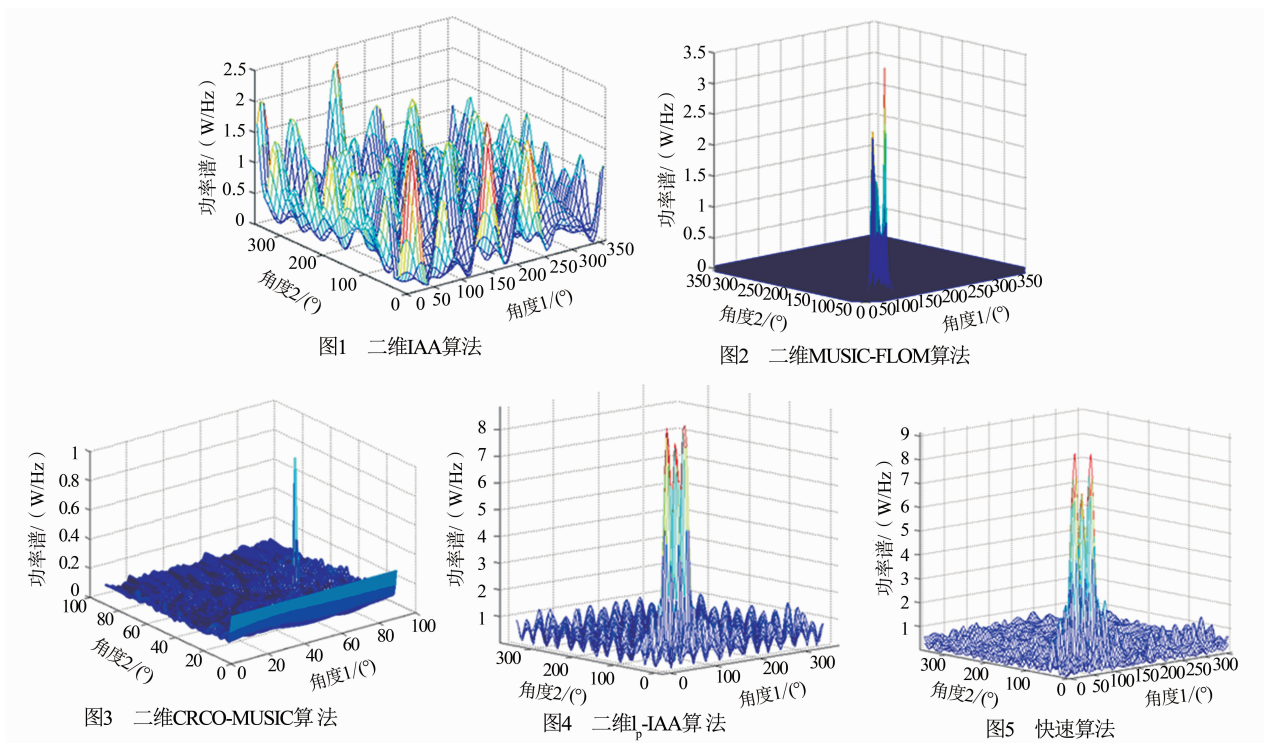
(4)求解分母 $\varphi_D(w_1, w_2) = \text{IFFT2}(\mathbf{C})$,最终得到复信号幅度估计通过搜索扫描网格,确定 DOA

4 仿真与分析

本文以实现高精度、高分辨、快速测向为研究目的.本节将通过仿真实验分别对算法的分辨率,鲁棒性与快速实现的有效性进行验证,本文仿真均在 Inter(R) Xeon(R) CPU E5-1603 v3 @ 2.8GHz 基于 x64 的四核处理器的工作站上进行.

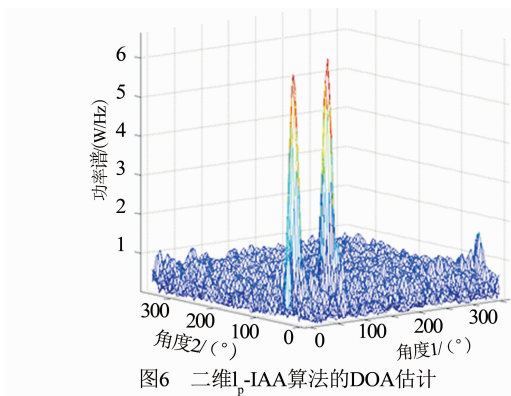
图 1~5 分别为二维 IAA 算法在 SoS 分布噪声环境下的功率谱估计、二维 MUSIC-FLOM 算法功率谱估计、二维 CRCO-MUSIC 算法^[12]功率谱估计、二维 lp-IAA 算法及其快速算法进行谱估计,该实验是在 SoS 分布噪声环境下阵元个数为 $M_1 = 20, M_2 = 20$;扫描网格数: $K_1 = 3M_1, K_2 = 3M_2$; $\alpha = 1.4, p = 1.2$;广义信噪比^[8]为 $\text{GSNR} = 5\text{dB}$,信号入射角度分别为 $(40^\circ, 50^\circ)$ 、 $(40^\circ,$

65°)和(40°,80°)的条件下进行仿真,仿真结果如下:



通过比较可得出如下结论: S α S 分布噪声环境下, IAA 算法不能准确估计 DOA; 在低信噪比、单快拍条件下, lp-IAA 算法比 MUSIC-FLOM 算法和 CRCO-MUSIC 算法有更高的角度分辨率; 快速算法在快速实现的同时并没有牺牲分辨率等性能。

图 6 是在接收信号入射角度为 (70°, 40°)、(70°, 50°); 阵元个数为 $M_1 = 20, M_2 = 20$; 扫描网格数: $K_1 = 3M_1, K_2 = 3M_2$; $\alpha = 1.4, p = 1.2$; 广义信噪比为 GSNR = 5dB 条件下进行 20 次独立重复二维 lp-IAA 算法的 DOA 估计实验。其中 X, Y 轴分别表示两个方向的角度信息, Z 轴表示谱估计。仿真结果如下:



通过仿真分析可知: 二维 lp-IAA 算法不仅能够准确估计出 DOA, 而且经过多次重复实验仍有较为理想的估计效果, 因此该算法具有很好的鲁棒性。

表 1 与表 2 的数据是在阵元个数、扫描网格数、信噪比分别为 $M_1, M_2 \in [10, 24]$; $K_1 = 3M_1, K_2 = 3M_2$; $\alpha = 1.4, p = 1.2$; 广义信噪比为 GSNR = 10dB 的条件下, 二维 lp-IAA 算法和快速算法独立重复运行 20 次的平均运行时间。通过对比表明: 在相同条件下, 快速算法平均运行时间远小于二维 lp-IAA 算法。

表 1 二维 lp-IAA 算法平均运行时间 (s)

$M_1 \backslash M_2$	10	16	20	24
10	1.72	5.99	10.88	17.97
16	6.32	21.62	40.74	66.35
20	11.29	40.82	76.63	139.96
24	19.81	68.42	130.97	236.46

表 2 快速算法平均运行时间 (s)

$M_1 \backslash M_2$	10	16	20	24
10	0.04	0.13	0.23	0.36
16	0.16	0.52	0.94	1.56
20	0.32	1.06	2.03	3.54
24	0.61	2.03	3.78	6.69

5 结论

本文在 S α S 分布噪声环境下研究了高分辨率二维

DOA 估计算法,即二维 lp-IAA 算法. 通过鲁棒的分数低阶协方差矩阵代替协方差矩阵,并将加权最小二乘法转化为加权 lp-范数求解,解决了 IAA 算法在 S α S 分布噪声环境下不能够准确估计波达方向的问题. 为了提高计算效率,本文利用 G-S 分解方法和二维信号快速傅里叶变换简化计算. 仿真实验结果说明本文中算法在 S α S 分布噪声环境下的高分辨率,鲁棒性和快速性,对于空间定位系统在低信噪比,单快拍条件下的目标检测和目标信号波达方向估计具有重要的现实意义.

参考文献

- [1] 郑洪. MUSIC 算法与波达方向估计研究[D]. 成都:四川大学,2005.
- [2] Handel P, Stoica P, Soderstrom T. Capon method for doa estimation; accuracy and robustness aspects[A]. Nonlinear Digital Signal Processing[C]. Tampere; IEEE, 2011. 7(1) - 7(5).
- [3] Hajian M, Coman C, Ligthart L P. Comparison of circular, uniform-and non-uniform Y-shaped array antenna for DOA estimation using Music Algorithm[A]. The European Conference on Wireless Technology [C]. Manchester; IEEE, 2007. 143 - 146.
- [4] Almidfa K, Tsoulos G V, Nix A. Performance analysis of ESPRIT, TLS-ESPRIT and unitary-ESPRIT algorithms for DOA estimation in a W-CDMA mobile system[A]. First International Conference on 3G Mobile Communication Technologies[C]. London; IET, 2000. 200 - 203.
- [5] Jiang J, Zha D. Alpha stable distribution P order spectrum with its frequency domain characteristics analysis[A]. International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing[C]. Shanghai; IET, 2015. 21 - 23.
- [6] Yardibi T, Li J, Stoica P, et al. Source localization and sensing: a nonparametric iterative adaptive approach based on weighted least squares[J]. IEEE Transactions on Aerospace & Electronics Systems, 2010, 46(1): 425 - 443.
- [7] Roberts W, Stoica P, Li J, et al. Iterative adaptive approaches to MIMO radar imaging[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2010, 4(1): 5 - 20.
- [8] Shao M, Nikias C L. Signal processing with fractional lower order moments; stable processes and their applications [J]. Proceedings of the IEEE, 1993, 81(7): 986 - 1010.
- [9] Liu T H, Mendel J M. A subspace-based direction finding algorithm using fractional lower order statistics [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2001, 49(8): 1605 - 1613.
- [10] Hari K V S, Lalitha V. Subspace-based DOA estimation using fractional lower order statistics [A]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP[C]. Prague; IEEE, 2011. 2580 - 2583.
- [11] Jinfeng Z, Tianshuang Q. A novel covariation based non-circular sources direction finding method under impulsive noise environments[J]. Signal Processing, 2014, 98(5): 252 - 262.
- [12] Zhang J, Qiu T, Song A, et al. A novel correntropy based DOA estimation algorithm in impulsive noise environments[J]. Signal Processing, 2014, 104(6): 346 - 357.
- [13] Chen Y, So H C, Sun W. lp-norm based iterative adaptive approach for robust spectral analysis[J]. Signal Processing, 2014, 94(1): 144 - 148.
- [14] Zeng W J, So H C, Zoubir A M. An lp-norm minimization approach to time delay estimation in impulsive noise[J]. Digital Signal Processing, 2013, 23(23): 1247 - 1254.
- [15] Xue M, Xu L, Li J. IAA spectral estimation; fast implementation using the Gohberg-Semencul factorization[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(7): 3251 - 3261.
- [16] 张重阳. 一种有效的二维 DOA 估计算法研究[J]. 现代电子技术, 2010, 33(23): 71 - 73.
Zhang Chong-yang. An efficient algorithm for 2D-DOA estimation [J]. Modern Electronics Technique, 2010, 33(23): 71 - 73. (in Chinese)
- [17] Glentis G O, Jakobsson A. Efficient implementation of iterative adaptive approach spectral estimation techniques [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(9): 4154 - 4167.
- [18] 陆全, 徐仲, 叶正麟. Toeplitz 矩阵之逆矩阵的新分解式及快速算法[J]. 数值计算与计算机应用, 2005, 26(3): 191 - 197.
Lu Quan, Xu Zhong, Ye Zheng-lin. New decomposition method for the inverse of Toeplitz matrix and its fast algorithm [J]. Journal on Numerical Methods and Computer Applications, 2005, 26(3): 191 - 197.
- [19] A. E. Yagle A fast algorithm for Toeplitz-block-Toeplitz linear systems [A]. Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2001 [C]. Salt Lake City; IEEE, 2001. 1929 - 1932.
- [20] Glentis G O. A Fast Algorithm for APES and capon spectral estimation [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(9): 4207 - 4220.

作者简介



陈 媛 女,1988 年生于山东菏泽. 现为北京科技大学计算机与通信工程学院讲师. 主要研究方向统计信号处理、脉冲噪声参数估计等.

E-mail:chenyuan15@ustb.edu.cn



刘金磊 男,1993 年生于河南鹿邑. 现为北京科技大学计算机与通信工程学院研究生. 主要研究方向为信号处理、无线通信等.

E-mail:841304963@qq.com



孙奇福 男,1983 年生于北京. 现为北京科技大学计算机与通信工程学院副教授. 主要研究方向为网络编码与信息理论.

E-mail:qfsun@ustb.edu.cn



阳小龙 男,1971 年生于四川冷水. 现为北京科技大学计算机与通信工程学院教授、博士生导师. 主要研究方向为 IP 网络理论与技术、网络新业务与安全等.

E-mail:yangxl@ustb.edu.cn



于 尧 女,1982 年生于辽宁沈阳. 现为东北大学副教授、硕士生导师. 主要研究方向为通信网络和机器学习.

E-mail:yuyao@mail.neu.edu.cn